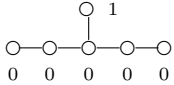
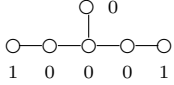
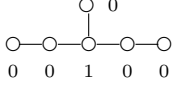
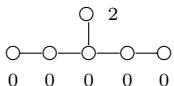
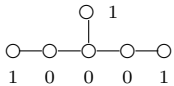
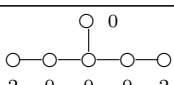
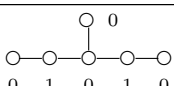


**PREHOMOGENEOUS SPACES ASSOCIATED WITH NILPOTENT ORBITS IN  $E_6(\mathbb{C})$**

STEVEN GLENN JACKSON AND ALFRED G. NOËL

Nilpotent orbits in type $E_6$				
Bala-Carter label	Diagram	$i$	$\dim \mathfrak{g}_i$	Highest weights of $\mathfrak{g}_i$
$A_1$		1	20	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		2	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$2A_1$		1	16	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		2	8	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$3A_1$		1	18	$(1, 1, 0, -1, 0, 1)$
		2	9	$(0, 0, 1, -1, 1, 0)$
		3	2	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_2$		2	20	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		4	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_2 + A_1$		1	14	$(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		2	9	$(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		3	6	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		4	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$2A_2$		2	16	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		4	8	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_2 + 2A_1$		1	12	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$
		2	12	$(1, 0, -1, 1, -1, 1)$
<i>(continued on next page)</i>				

2000 *Mathematics Subject Classification.* 17B05;17B10;17B20;22E30.

*Key words and phrases.* Lie group, nilpotent orbit, prehomogeneous space.

Nilpotent orbits in type $E_6$ (continued)				
Bala-Carter label	Diagram	$i$	$\dim \mathfrak{g}_i$	Highest weights of $\mathfrak{g}_i$
		3	4	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		4	3	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_3$		1	8	$(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$
		2	7	$(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		3	8	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		4	6	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		6	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$2A_2 + A_1$		1	12	$(1, 0, 1, -1, 0, 0)$ $(0, 0, 0, -1, 1, 1)$ $(-1, 1, 1, -1, 1, -1)$
		2	9	$(1, 1, 0, -1, 1, -1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$ $(-1, 1, 1, -1, 0, 1)$
		3	6	$(1, 1, 0, -1, 0, 1)$ $(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		4	4	$(0, 0, 1, -1, 1, 0)$
		5	2	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_3 + A_1$		1	10	$(0, 1, -1, 1, -1, 0)$ $(1, -1, 0, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 0, 1)$
		2	8	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$ $(1, -1, 0, 0, 0, 1)$
		3	8	$(1, 0, -1, 1, -1, 1)$
		4	4	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		5	2	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		6	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$D_4(a_1)$		2	18	$(1, 1, 0, -1, 0, 1)$
		4	9	$(0, 0, 1, -1, 1, 0)$
		6	2	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_4$		2	14	$(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		4	9	$(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$

(continued on next page)

Nilpotent orbits in type $E_6$ (continued)				
Bala-Carter label	Diagram	$i$	$\dim \mathfrak{g}_i$	Highest weights of $\mathfrak{g}_i$
		6	6	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		8	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_4 + A_1$		1	8	$(2, 0, -1, 0, 0, 0)$ $(0, 0, 0, 0, -1, 2)$ $(0, 1, -1, 1, -1, 0)$ $(-1, -1, 1, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 1, -1)$
		2	7	$(1, -1, 0, 1, -1, 0)$ $(-1, 1, 1, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 1, -1)$ $(0, -1, -1, 1, 0, 1)$
		3	6	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		4	5	$(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(1, 0, -1, 1, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 1, -1, 1)$
		5	4	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(1, 0, -1, 1, -1, 1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		6	2	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		7	2	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		8	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$A_5$		1	6	$(0, 1, -1, 1, -1, 0)$ $(-1, -1, 1, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 1, -1)$
		2	5	$(2, 0, -1, 0, 0, 0)$ $(0, 0, 0, 0, -1, 2)$ $(-1, 1, 1, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 1, -1)$
		3	6	$(1, -1, 0, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		4	4	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$
		5	4	$(1, 0, -1, 1, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 1, -1, 1)$
<i>(continued on next page)</i>				

Nilpotent orbits in type $E_6$ (continued)				
Bala-Carter label	Diagram	$i$	$\dim \mathfrak{g}_i$	Highest weights of $\mathfrak{g}_i$
		6	3	$(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		7	2	$(1, 0, -1, 1, -1, 1)$
		8	2	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		9	2	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		10	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$D_5(a_1)$		1	6	$(2, 0, -1, 0, 0, 0)$ $(0, 0, 0, 0, -1, 2)$ $(-1, -1, 1, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 1, -1)$
		2	7	$(0, 1, -1, 1, -1, 0)$ $(1, -1, 0, 1, -1, 0)$ $(-1, -1, 1, 0, 1, -1)$ $(0, -1, -1, 1, 0, 1)$
		3	4	$(-1, 1, 1, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 1, -1)$ $(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$
		4	5	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$ $(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		5	4	$(1, 0, -1, 1, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 1, -1, 1)$
		6	4	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(1, 0, -1, 1, -1, 1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		7	2	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		8	2	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		10	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
		$E_6(a_3)$		2
4	9			$(1, 1, 0, -1, 1, -1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$ $(-1, 1, 1, -1, 0, 1)$
6	6			$(1, 1, 0, -1, 0, 1)$ $(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
8	4			$(0, 0, 1, -1, 1, 0)$
10	2			$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$

(continued on next page)

Nilpotent orbits in type $E_6$ (continued)				
Bala-Carter label	Diagram	$i$	$\dim \mathfrak{g}_i$	Highest weights of $\mathfrak{g}_i$
$D_5$		2	9	$(0, 2, 0, -1, 0, 0)$ $(1, 0, 1, -1, 0, 0)$ $(0, 0, 0, -1, 1, 1)$ $(-1, -1, 1, 0, 1, -1)$
		4	8	$(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(-1, 1, 1, -1, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$
		6	6	$(1, 1, 0, -1, 1, -1)$ $(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$ $(-1, 1, 1, -1, 0, 1)$
		8	5	$(1, 1, 0, -1, 0, 1)$ $(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		10	4	$(0, 0, 1, -1, 1, 0)$
		12	1	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		14	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
$E_6(a_1)$		2	8	$(2, 0, -1, 0, 0, 0)$ $(0, 0, 0, 0, -1, 2)$ $(0, 1, -1, 1, -1, 0)$ $(-1, -1, 1, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 1, -1)$
		4	7	$(1, -1, 0, 1, -1, 0)$ $(-1, 1, 1, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 1, -1)$ $(0, -1, -1, 1, 0, 1)$
		6	6	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$
		8	5	$(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(1, 0, -1, 1, 0, -1)$ $(-1, 0, 0, 1, -1, 1)$
		10	4	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(1, 0, -1, 1, -1, 1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		12	2	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		14	2	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
		16	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$
<i>(continued on next page)</i>				

Nilpotent orbits in type $E_6$ (continued)				
Bala-Carter label	Diagram	$i$	$\dim \mathfrak{g}_i$	Highest weights of $\mathfrak{g}_i$
$E_6$		2	6	$(2, 0, -1, 0, 0, 0)$ $(0, 2, 0, -1, 0, 0)$ $(-1, 0, 2, -1, 0, 0)$ $(0, -1, -1, 2, -1, 0)$ $(0, 0, 0, -1, 2, -1)$ $(0, 0, 0, 0, -1, 2)$
		4	5	$(1, 0, 1, -1, 0, 0)$ $(0, 1, -1, 1, -1, 0)$ $(-1, -1, 1, 1, -1, 0)$ $(0, -1, -1, 1, 1, -1)$ $(0, 0, 0, -1, 1, 1)$
		6	5	$(1, -1, 0, 1, -1, 0)$ $(-1, 1, 1, 0, -1, 0)$ $(0, 1, -1, 0, 1, -1)$ $(-1, -1, 1, 0, 1, -1)$ $(0, -1, -1, 1, 0, 1)$
		8	5	$(1, 1, 0, 0, -1, 0)$ $(1, -1, 0, 0, 1, -1)$ $(-1, 1, 1, -1, 1, -1)$ $(0, 1, -1, 0, 0, 1)$ $(-1, -1, 1, 0, 0, 1)$
		10	4	$(1, 1, 0, -1, 1, -1)$ $(1, -1, 0, 0, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, 0, -1)$ $(-1, 1, 1, -1, 0, 1)$
		12	3	$(1, 0, -1, 1, 0, -1)$ $(1, 1, 0, -1, 0, 1)$ $(-1, 0, 0, 1, -1, 1)$
		14	3	$(0, 0, 1, 0, 0, -1)$ $(1, 0, -1, 1, -1, 1)$ $(-1, 0, 0, 0, 1, 0)$
		16	2	$(0, 0, 1, 0, -1, 1)$ $(1, 0, -1, 0, 1, 0)$
		18	1	$(0, 0, 1, -1, 1, 0)$
		20	1	$(0, -1, 0, 1, 0, 0)$
22	1	$(0, 1, 0, 0, 0, 0)$		

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, UNIVERSITY OF MASSACHUSETTS, 100 MORRISSEY BOULEVARD,  
 BOSTON, MA 02125-3393

*E-mail address:* [jackson@math.umb.edu](mailto:jackson@math.umb.edu)

*E-mail address:* [anoel@math.umb.edu](mailto:anoel@math.umb.edu)